Аннотация к циклу работ

по теории квантовых, электромагнитных волноводов и волноводов теории упругости

(к заявке Александра Сергеевича Порецкого на премию Ученого совета физического факультета за научные труды для молодых ученых)

Цикл работ А.С. Порецкого, представленный на конкурс, состоит из десяти статей, опубликованных в ведущих математических журналах. Цикл посвящен вопросам математической теории рассеяния для квантовых, акустических и электромагнитных волноводов с несколькими цилиндрическими выходами на бесконечность, а также волноводов теории упругости. Волновод занимает область с гладкой границей, которая совпадает вне большого шара с объединением конечного числа попарно непересекающихся полуцилиндров. В работах [1]-[7],[9],[10] волновод описывается стационарной задачей (для уравнения Гельмгольца, уравнения акустики, системы Максвелла или системы теории упругости) со спектральным параметром. Статья [8] посвящена построению математической теории рассеяния для нестационарного уравнения типа Шрёдингера.

Статьи [1], [4], [5] посвящены стационарной системе Максвелла: в [1] волновод пустой (диэлектрическая и магнитная проницаемости равны единице), а в [4] и [7] волновод заполнен неоднородной анизотропной диэлектрической средой (диэлектрическая и магнитная проницаемости – положительно определенные матрицы-функции, зависящие от точки в волноводе и подчиненные условиям экспоненциальной стабилизации на бесконечности). Приводится корректная постановка задачи с условиями излучения на бесконечности, описываются собственные функции непрерывного спектра и матрица рассеяния. Устанавливаются формулы, связывающие постоянные коэффициенты в условиях излучения с собственными функциями непрерывного спектра и матрицей рассеяния.

В статьях [2], [10], [7] обсуждаются "пороговые эффекты" для уравнения Гельмгольца, системы Максвелла и широкого класса эллиптических систем. Порогами называются такие значения спектрального параметра, что кратность непрерывного спектра остается постоянной на интервалах между соседними порогами и меняется скачком при переходе через порог; пороги сгущаются только на бесконечности. Исследуется характер зависимости матрицы рассеяния от спектрального параметра на всем непрерывном спектре и, в частности, устанавливается существование конечных односторонних пределов матрицы рассеяния на каждом пороге.

Статьи [2], [3], [6], [9] посвящены методу приближенного вычисления матрицы рассеяния. В этих статьях метод обоснован для уравнения Гельмгольца, системы Максвелла, уравнения акустики и системы теории упругости. Описывается модификация метода, позволяющая вычислять матрицу рассеяния, в том числе, вблизи порогов.

В работе [8] строится математическая теория рассеяния для нестационарного уравнения типа Шрёдингера. Это уравнение вида $i\partial_t \Psi(x,t) = \mathcal{A}(x,\partial_x)\Psi(x,t)$, где $\mathcal{A}(x,\partial_x)$ – самосопряженный эллиптический дифференциальный оператор второго порядка с коэффициентами, которые зависят от точки волновода и стабилизируются на бесконечности с экспоненциальной скоростью к пределам, зависящим от точки на поперечном сечении соответствующего полуцилиндра. Предложенный подход основан на исследовании стационарной задачи $\mathcal{A}(x, \partial_x)u(x) = \mu u(x)$, для которой вводятся собственные функции непрерывного спектра и матрица рассеяния, устанавливается принцип предельного поглощения. Затем вычисляются волновые операторы, доказывается их полнота, вводится оператор рассеяния и устанавливается его связь с матрицей рассеяния.

Результаты были представлены соискателем на международных конференциях: ECCOMAS, 2012, Вена; Days on Diffraction, 2012, Санкт-Петербург; St. Petersburg Conference in Spectral Theory, 2012, Санкт-Петербург; International Conference on Differential and Functional Differential Equations, 2014, Москва; Days on Diffraction, 2015, Санкт-Петербург; Spectral Theory, Differential Equations and Probability, 2016, Майнц; Days on Diffraction, 2016, Санкт-Петербург; The International Conference of PDE, Silkroad Mathematics Center Series International Conferences, Пекин, 2017; Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis, 2019, Ростов-на-Дону; St. Petersburg Conference in Spectral Theory, 2019, Санкт-Петербург; Asymptotic Analysis and Spectral Theory, 2019, Париж; Conference on Spectral Theory and Mathematical Physics, 2020, Сочи.

Список литературы

[1] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О системе Максвелла в волноводах с несколькими цилиндрическими выходами на бесконечность, Алгебра и анализ, 25:1 (2013), 94–155;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, The Maxwell system in waveguides with several cylindrical ends, St. Petersburg Math. J., 25:1 (2014), 63–104.

[2] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О. В. Сарафанов, Метод вычисления волноводной матрицы рассеяния в окрестности порогов, Алгебра и анализ, 26:1 (2014), 128–164;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, O. V. Sarafanov, Method for computing waveguide scattering matrices in the vicinity of thresholds, St. Petersburg Math. J., 26:1 (2015), 91–116.

[3] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О. В. Сарафанов, О вычислении волноводной матрицы рассеяния для системы Максвелла, Функц. анализ и его прил., 49:1 (2015), 93–96;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, O. V. Sarafanov, On computation of waveguide scattering matrices for the Maxwell system, Functional Analysis and its Applications 49:1 (2015), 77–80.

[4] B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, Electromagnetic waveguides with several cylindrical ends and non-homogeneous anisotropic filling, Proceedings of the International Conference Days on Diffraction, DD 2016, 7756868, 332–335.

[5] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, Система Максвелла в волноводах с несколькими цилиндрическими выходами на бесконечность и неоднородным анизотропным заполнением, Алгебра и анализ, 29:2 (2017), 89–126;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, The Maxwell system in waveguides with several cylindrical outlets to infinity and nonhomogeneous anisotropic filling, St. Petersburg Math. J., 29:2 (2018), 289–314.

[6] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О. В. Сарафанов, О методе приближенного вычисления матрицы рассеяния для электромагнитных волноводов, Доклады РАН, 482:5 (2018), 517–520;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, O. V. Sarafanov, On a method of approximate computing of scattering matrices for electromagnetic waveguides, Dokl. Phys. 63: 414 (2018).

[7] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О поведении волноводных матриц рассеяния в окрестности порогов, Алгебра и анализ, 30:2 (2018), 188–237;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, Behavior of waveguide scattering matrices in a neighborhood of thresholds, St. Petersburg Math J., 30:2 (2019), 285–319.

[8] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О. В. Сарафанов, Математическая теория рассеяния в квантовых волноводах, Доклады РАН, 488:2 (2019), 142–146;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, O. V. Sarafanov, Mathematical scattering theory in quantum waveguides, Dokl. Phys., 64:11 (2019), 430–433.

[9] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О. В. Сарафанов, Метод приближенного вычисления волноводных матриц рассеяния, УМН, 75:3(453) (2020), 123-182;

B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, O. V. Sarafanov, A method for approximate computation of waveguide scattering matrices, Russian Math. Surveys, 75:3 (2020), 509–568.

[10] Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, Излучение и рассеяние в электромагнитных волноводах вблизи порогов, Алгебра и Анализ, 32:4 (2020), 234–270.