

# О самоподобном поведении логарифмических сумм

И.И. Лукашова

Аннотация

Исследуется логарифмическая сумма

$$S_N(\omega, \zeta) = \sum_{k=0}^{N-1} \ln \left( 1 + e^{-2\pi i(\omega k + \frac{\omega}{2} + \zeta)} \right)$$

большого числа слагаемых, где  $\omega \in (0, 1)$  и  $\zeta \in \mathbb{C}$ -параметр. Такой объект связан с тригонометрическими произведениями из теории квазипериодических операторов, а также с некоторой специальной функцией, родственные которой возникают в теории дифракции и распространения волн, в теории интегрируемых систем, в теории узлов, квантовой теории Тейхмюллера и комплексной теории Черна-Саймонса.

Для изучения логарифмических сумм используется тот же метод, что и для Гауссовых экспоненциальных сумм

$$S(N, a, b) = \sum_{k=0}^{N-1} e \left( -\frac{an^2}{2} + nb \right),$$

где  $(a, b) \in (0, 1) \times \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ . В частности, аналогично им получена перенормировочная формула, выражающая сумму  $S_N(\omega, \zeta)$  через сумму такого же вида с меньшим числом слагаемых и другими параметрами  $\zeta$  и  $\omega$ . Основным результатом является построение асимптотики  $S_N$  при  $N \rightarrow \infty$ . Пока что исследования ограничены случаем, когда  $Im\zeta < 0$ , случай вещественной переменной является более сложным.